

I) Définitions et résultats théoriques

1) Poser le problème

- déf équas diff linéaire
- comment se ramener à l'ordre 1

2) Existence et structure des solutions

- pt fixe de Picard + C-L linéaire (DEV)
- S_H est un ser de dim n
 - ↳ e^t et $t e^t$ forment 2 sol indep. par S_H de $y'' - 2y' + y = 0$
- S est un espace affine dirigé par S_H

3) Wronskien

- déf
- invariance par rapport au temps du rang des solutions
- $W' = W(A(t))W$

(BERTHELIN)

(GOURDON)

(ROUVIERE)

II) Résolution explicite

1) Cas coeffs constants

- solutions de $Y' = AY$ sont $\exp(tA)C$, où $C \in \mathbb{R}^n$

$$\hookrightarrow \begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = 4x + 2y \end{cases} \Leftrightarrow Y' = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}}_{=A} Y \text{ où } Y = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

↳ A diagonalise A

- solutions de $y^{(n)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = 0$
via le polynôme caractéristique

↳ cas d'ordre 2

$$\hookrightarrow y'' + 2y' + 1 = 0 \Rightarrow y(t) = (2t + 1)e^{-t}$$

2) Recherche de solutions particulières

- solutions de $y' = a(t)y + b(t)$
pris de $\begin{cases} y'(t) = a(t)y + b(t) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$ avec variation de la constante

↳ transformée de la gaussienne

$$\text{calcul de } K(x) = \int_0^\infty \frac{e^{-t}}{\sqrt{t}} e^{itx} dt \quad (\text{DEV})$$

- variation de la constante avec ordre supérieur ≥ 1

$$\hookrightarrow y'' - 2y' + y = e^t$$

$$\hookrightarrow y'' - 2y' + y = e^t$$